

关于我国高速铁路缓和曲线的探讨

周宪忠

(西南交通大学 铁道及道路工程系 成都 610031)

【摘要】 本文提出了兼顾直线型超高顺坡和曲线型超高顺坡两者优点的超高圆顺三次抛物线型缓和曲线的计算式并建议我国高速铁路选用。

【关键词】 高速铁路;缓和曲线;抛物线

【分类号】 U21

世界上最早的铁路,直线与圆曲线间直接相连,由于速度低,基本上能满足安全舒适要求。随着行车速度的提高,在直线与圆曲线连接处,由于运动方向的变化,车辆转向架与车钩之间相互位置突然改变,产生的振动加剧。为了减小其不良影响,于1828~1829年,有人建议采用缓和曲线,大约在1890年以后,各国铁路比较普遍地采用了缓和曲线^[1]。一百多年以来,铁路运营速度由几十公里提高到每小时三百余公里;铁路缓和曲线适应速度的需要,经历了一个由直线型超高顺坡向曲线型超高顺坡转化,又由曲线型超高顺坡向直线两端改善型超高顺坡发展的过程。我国拟建的京沪高速铁路,究竟采用什么样的缓和曲线线型,正是“八五”攻关项目——《京沪高速铁路线、桥、隧参数》课题要研究的问题之一。

本文提出了兼顾直线型超高顺坡和曲线型超高顺坡两者优点的超高圆顺三次抛物线型缓和曲线的计算式,并建议我国高速铁路选用。

1 缓和曲线线型转化机理

用三次抛物线作缓和曲线,法国工程师夏克和诺化早在1865年和1867年就曾提到,C詹姆逊和E·W克里林于1889年加以详细论述^[1]。三次抛物线型缓和曲线问世以来,由于线型简单,超高顺坡和曲率变化都是直线型的,计算、测设和养护维修都比较简单,相同条件下长度最短,所以得到广泛应用;至今,常规铁路大都采用这一线型。

随着行车速度进一步提高,由于直线型超高顺坡的三次抛物线型缓和曲线的始终点,从理论上讲,在立面上是折角型,车辆通过其始、终点时,竖向加速度值为无穷大。为了克服这一弊端,以期满足高速行车安全、平顺、旅客舒适的要求,国内外学者提出了数十种超高和曲率都是非线型变化的缓和曲线,大体上可分为三类^[2]:

第一类,缓和曲线的曲率 k 对缓和曲线长度 l 的一阶导数,在其始、终点为0,即 $\frac{dk}{dl} = 0$,而

$\frac{d^2k}{dl^2} \neq 0$,例如

本文于1995年3月31日收到。

$$\text{半波正弦型 } y = \frac{x^2}{4R} + \frac{l_0}{2\pi^2 R} [\cos \pi \frac{x}{l_0} - 1]$$

$$\text{五次代数式型 } y = \frac{l_0^5}{R} [\frac{1}{4}(\frac{x}{l_0})^4 - \frac{1}{10}(\frac{x}{l_0})^5]$$

$$\text{七次四项式型 } y = \frac{l_0^7}{2R} [\frac{5}{6}(\frac{x}{l_0})^4 - (\frac{x}{l_0})^5 + \frac{2}{3}(\frac{x}{l_0})^6 + \frac{4}{21}(\frac{x}{l_0})^7]$$

$$S \text{ 型 } y_1 = \frac{l_0^5}{6R} (\frac{x}{l_0})^4$$

$$y_2 = \frac{l_0^5}{2R} \{ \frac{7}{24} - (\frac{x}{l_0}) + (\frac{x}{l_0})^2 - \frac{1}{3} [1 - (\frac{x}{l_0})]^4 \};$$

第二类缓和曲线始、终点 $\frac{dk}{dl} = 0$, $\frac{d^2k}{dl^2} = 0$, 而 $\frac{d^3k}{dl^3} \neq 0$, 例如

$$\text{一波正弦型 } y = \frac{l_0^3}{R} [\frac{1}{6}(\frac{x}{l_0})^3 - \frac{1}{4\pi^2}(\frac{x}{l_0}) + \frac{1}{8\pi^3} \sin 2\pi \frac{x}{l_0}]$$

$$\text{七次代数式 } y = \frac{1}{Rl_0^8} (\frac{x^7}{7} - \frac{l_0 x^6}{2} + \frac{l_0^2 x^5}{2})$$

第三类缓和曲线的始、终点 $\frac{dk}{dl} = 0$, $\frac{d^2k}{dl^2} = 0$, $\frac{d^3k}{dl^3} = 0$, 例如

$$\text{稻田型 } y = \frac{l_0^3}{16R} \{ 4(\frac{x}{l_0})^2 + \frac{1}{9\pi^2} [81 \cos \pi \frac{x}{l_0} - \cos 3\pi \frac{x}{l_0} - 80] \}$$

$$\text{九次代数式 } y = \frac{l_0^9}{R} [\frac{7}{12}(\frac{x}{l_0})^4 - \frac{7}{6}(\frac{x}{l_0})^5 + \frac{14}{9}(\frac{x}{l_0})^6 - \frac{4}{3}(\frac{x}{l_0})^7 + \frac{2}{3}(\frac{x}{l_0})^8 - \frac{4}{27}(\frac{x}{l_0})^9]$$

从理论上讲,缓和曲线始终点等于0的导数阶数愈高,其安全、平顺、旅客舒适条件愈好。这就诱导人们绞尽脑汁去寻求使缓和曲线始、终点导数等于0的更高阶数的缓和曲线线型,使其变得越来越复杂,其结果是走向了反面。近年来,国内外学者从理论上和实践上都证明了,在满足相同舒适度的条件下,缓和曲线始、终点导数为0的阶数越高的线型,其超高和支距,在始、终点附近的增量愈小,所需缓和曲线长度愈长,有的可达三次抛物线型缓和曲线长度的两倍以上。这不仅增加了工程量,而且给缓和曲线的测设、施工和养护维修增加了困难,特别是在碎石道床条件下,线型难以保持;所以,迄今为止,国内外只有一阶导数为0的缓和曲线在某些地方被采用,例如,日本高速铁路采用半波正弦型;而二阶和三阶导数为0的线型,除个别试验段外,尚未正式被采用。

能否对三次抛物线型缓和曲线进行改善,使其能兼容直线超高顺坡和曲线型超高顺坡两种缓和曲线的优点,而克服两者的不足呢?能否把改善的三次抛物线型缓和曲线用于高速铁路呢?其数学模型如何呢?这正是本文要探讨的问题。

2 三次抛物线型缓和曲线的改善及其数学模型

三次抛物线型缓和曲线始、终点立面上的折角,以及由此引起的竖向加速度在该点为无穷大,实际上是不存在的。轨道为一弹性体,基床亦为弹性体,两者共同组成复合弹性结构;列车动荷载反复作用在这样一个结构上,使得缓和曲线始、终点自然圆顺。原苏联和我国多次对缓和曲线测量证明了这一事实。我国铁科院多次动力学测试都证明了,三次抛物线始终点竖向加速度并非为无穷大;车辆产生的竖向和横向加速度值,圆曲线范围内最大,缓和曲线始、终点次之,直线段为最小;其值随速度提高而增加^[2]。三次抛物线缓和曲线始、终点立面上自然圆顺半

径,随钢轨的刚度、轨排类型、道床刚度、基床刚度、外轨超高顺坡大小有关。根据我国多次现场调查和测量,其自然圆顺半径大约在 3000~8000m 范围之内,其圆顺段长度一般不超过 10m。欧洲一些铁路速度提高比较快的国家,普遍认为自然圆顺半径偏小,不能满足高速铁路安全、舒适要求;提出了很多对三次抛物线缓和曲线、终点圆顺改善的线型。

2.1 平面和立面同时圆顺改善的 4-3-4 型

把三次抛物线型缓和曲线两端改为曲率变动更为平缓的曲线;立面上在直线超高顺坡的两端各加一个二次抛物线进行圆顺;与立面相匹配,平面上三次抛物线型缓和曲线两端用四次曲线圆顺,也就是两端为四次方曲线,中间一段为三次方曲线,称其为 4-3-4 缓和曲线。后来有人认为 4-3-4 型两端曲率变动仍不够平缓,又提出 6-3-6、8-3-8 型,使改善变得愈来愈复杂,实用性差。

4-3-4 型平面和立面都是三段组合式,计算不方便;测设、施工、养护、维修都感到不方便,与曲线型超高顺坡没有多大差异;特别是平面由三段式组成,运营过程中线型较难保持。

2.2 立面用余弦曲线圆顺,平面仍为三次抛物线——法国高速铁路用的三次抛物线改善型

法国在修建高速铁路时,吸取了曲线型超高顺坡缓和曲线线型难以保持和缓和曲线过长的教训;又看到了 4-3-4 型在运营过程中平面线型较难保持的弊端;提出了采用三次抛物线立面改善型缓和曲线。其改善办法是平面不动,仍是三次抛物线;立面上,缓和曲线始、终点向两端延伸 20 m,加入 40 m 的余弦曲线圆顺。

法国采用余弦曲线圆顺有两个缺点,一是立面上分段点前后,两式计算的超高值不一致,在理论上没有真正的结合点,二是圆顺段长度仅能取 40 m,用其它 10 m 整倍数值很不方便。

2.3 立面用圆形竖曲线进行圆顺,平面仍为三次抛物线的三次抛物线改善型的数学模型

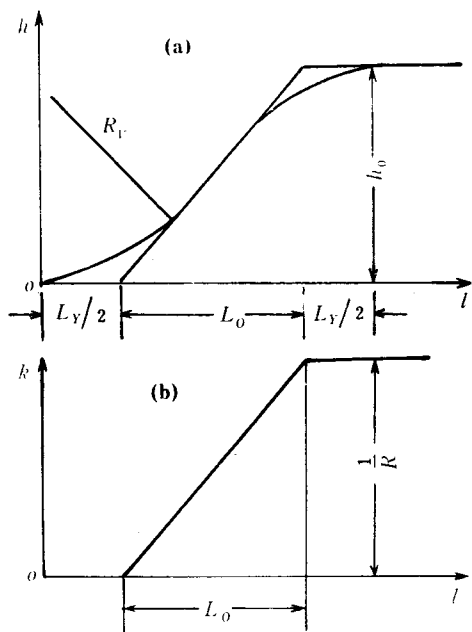
三次抛物线型缓和曲线自然圆顺半径偏小;平面和立面同时圆顺的 4-3-4 型线型难以保持,测设维养困难;法国用余弦曲线只对立面进行圆顺,其分段点两式计算的超高不一致;用什么曲线圆顺既能克服上述圆顺线型的弊端,又能满足高速行车、舒适的需求呢?笔者经多次理论分析和计算,发现用圆型竖曲线圆顺其立面能满足上述要求。具体讲,为了消除三次抛物线型缓和曲线始终点在立面上的理论折角,建议在其始、终点立面上加一个半径不小于竖曲线半径标准的圆型曲线圆顺之,平面上不动,仍为三次抛物线,称其为超高圆顺三次抛物线型缓和曲线。这种缓和曲线,先根据行车速度和有关参数标准选定三次抛物线型缓和曲线的长度 l_0 及外轨超高 h_0 ,然后确定圆顺段长度 l_r ,再根据 l_0 、 h_0 及 l_r 计算圆顺半径 R_r 。圆顺段长度一般取 40m,困难情况下,当超高顺坡不小于 0.7‰ 时亦可取 30m,亦可根据需要取任意 10m 的整倍数值。超高圆顺三次抛物线型缓和曲线超高变化图和平面曲率变化图见附图。

超高圆顺三次抛物线型缓和曲线数学模型:

(1)圆顺竖曲线半径 R_r

$$R_r = \frac{l_r l_0}{h_0}$$

式中 l_0 ——三次抛物线型缓和曲线长度,单位为 m;



附图 超高圆顺三次抛物线型缓和曲线立面
超高变化和平面曲率变化图

注: (a) 立面超高变化 (b) 平面曲率变化

h_0 ——三次抛物线型缓和曲线圆曲线外轨
超高, 单位为 m;

l_y ——圆顺段长度, 单位为 m。

超高分三段:

(2) 前圆顺段超高 h_1 (从 $0 \rightarrow l_y$)

$$h_1 = R_r (1 - \cos \frac{l}{R_r})$$

式中 l ——计算点到圆顺起点的长度, 单位
为 m;

(3) 中间直线顺坡部分超高 h_2

$$h_2 = \frac{h_0}{l_0} (l - \frac{l_y}{2})$$

(4) 后圆顺段超高 h_3

$$h_3 = h_0 - R_r (1 - \cos \frac{l_0 + l_y - l}{R_r})$$

(5) 平面上仍为三次抛物线

$$y = \frac{(l - \frac{l_y}{2})^3}{6Rl_0}$$

式中 R ——为圆曲线半径, 单位 m。

若以直缓点坐标原点, 则

$$y = \frac{l^3}{6Rl_0}$$

3 超高圆顺三次抛物线型缓和曲线的特点

(1) 超高圆顺三次抛物线型缓和曲线, 克服了三次抛物线直线超高顺坡始、终点的理论折角, 使其一阶导数等于 0, 其平顺性提高, 振动减小, 舒适条件改善。

$$\frac{dh_1}{dl} = \frac{d[R_r (1 - \cos \frac{l}{R_r})]}{dl} = \frac{1}{R_r} \sin \frac{l}{R_r}$$

当 $l = 0$ 时 $\frac{dh_1}{dl} = 0$; 同理当 $l = l_0 + l_y$ 时 $\frac{dh_3}{dl} = 0$ 。相同条件下, 力学性能优于其它线性和非线性缓和曲线。

(2) 在相同的圆曲线半径、相同外轨超高、相同的外轮升高速度及相同速度条件下, 其缓和曲线长度比目前提出的任何种非线性缓和曲线都短。例如, $V_{\max} = 250 \text{ km/h}$, $R = 4000 \text{ m}$, $h_0 = 180 \text{ mm}$ 。外轮升高速度 $[f] = 40 \text{ mm/s}$, 各种缓和曲线长度 l_0 如下

超高圆顺三次抛物线型

平面 $l_0 = 320 \text{ m}$

立面 $l_0 = 360 \text{ m}$

半坡正弦

$l_0 = 500 \text{ m}$

五次方型

$l_0 = 470 \text{ m}$

七次方型

$l_0 = 590 \text{ m}$

一坡正弦型

$$l_0 = 630 \text{ m}$$

七次四项式

$$l_0 = 400 \text{ m}$$

若半径提高到 6000~7000 m,速度提高到 350 km/h,相同条件下,比其他非线性超高的缓和曲长度都短的优势更加明显,在此不予赘述;

(3)由于平立面不匹配产生的未被平衡的加速度为 0.004 g、加速度的时变率为 0.013 g/s,都很小,远在允许范围之内。

我国常规铁路,特别是坡度大、半径小的线路上,在进、出三次抛物线型缓和曲线的地方,常出现“鹅头”,而且磨耗较严重,为了克服这一问题,增加圆顺程度,采用“削尖、补平”的措施,取得良好效果。所谓“削尖、补平”,就是把直缓点抬高几个毫米,把缓圆点降低几个毫米,其本质是增大自然圆顺半径。平立面的微小不匹配没有什么不良影响,特别是在进、出缓和曲线处,由此造成微小的过超高,对消除“鹅头”是十分有利的。

(4)测设、施工、养护、维修比曲线型超高顺坡的要方便;我国有长期养护三次抛物线型缓和曲线的经验,两者相近;

(5)与法国用余弦曲线圆顺的三次抛物线改善相比,采用圆型竖曲线圆顺,其圆顺段长度自如,取整方便,衔接吻合;

(6)德国高速铁路直接采用三次抛物线,为了减小始、终点理论折角的影响,用降低超高顺坡增长缓和曲线的办法。这使工程量增加,不如我们提出的超高圆顺三次抛物线型受力条件好、长度短;其长度比较见表 1(仅以顺坡决定长度)。

附表 超高顺坡*i*及缓和曲线长度比较表($h_0=180 \text{ mm}$)

$V(\text{km/h})$	200		250		300		350	
	$i(\text{‰})$	$l_0(\text{m})$	$i(\text{‰})$	$l_0(\text{m})$	$i(\text{‰})$	$l_0(\text{m})$	$i(\text{‰})$	l_0 / m
法国 $i \leq \frac{180}{V}$	0.9	200	0.72	250	0.60	300	0.51	350
德国 $i \leq \frac{1000}{10V}$	0.5	360	0.40	450	0.33	540	0.29	630
中国 $f \leq 40$	0.72	250	0.56	320	0.47	380	0.41	440
$f=50$	0.9	200	0.72	250	0.60	300	0.51	350

4 结论

综上所述,超高圆顺三次抛物线型缓和曲线,在相同条件下,比非线性超高缓和曲线,力学性能好,长度短,养护维修方便;比线性超高顺坡缓和曲线圆顺、力学性能好。建议我国高速铁路采用之。

参 考 文 献

- 1 马地泰. 铁路缓和曲线理论和类型. 中国铁道出版社, 1986
- 2 朱文升. 时速 160km 铁路缓和曲线线形研究. 铁道建筑研究所论文集(2), 中国铁道出版社, 1987

A Discussion on China's Transition Curve on High Speed Railway

Zhou Xianzhong

(Dept. of Railway and Road Eng. , Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

【 Abstract 】 A cubical parabolic transition curve, with the benefit of both linear and curve grade smothing along the superelevated rail, and its computing formulas have been bresented in the paper. The use of the method in china's high speed railway is also surggested.

【 Keywords 】 high speed railway; transition curve; cubical parabola